Dispensa n. 23

FOTOGRAFIA ASTRONOMICA: PROIEZIONE OCULARE - LA TEORIA

(a cura di Dino Orsucci)

[Disp. 18 e Disp. 22] Può essere interessante, per chi si appassiona di ottica e di matematica, capire com'è possibile realizzare fotografie con il sistema della proiezione oculare. Abbiamo già visto come si assembla il telescopio con i suoi accessori ed alcune regole per determinare i nuovi parametri ottici al fine di valutare i tempi di posa. Vediamo ora come si forma l'immagine reale sulla pellicola e le dimensioni che essa assume.

Abbiamo visto [Disp. 14, fig. 3] come una lente (o un obiettivo qualunque) forma un'immagine reale fotografabile ed anche come sia semplice calcolare a priori la misura dell'immagine stessa (***I***) partendo dalle dimensioni angolari (**α**) dell'oggetto e dalla focale usata (***F***). La relativa formula era:

$$I = \frac{\alpha \times F}{206.265} \qquad (1)$$

La semplicità della formula sta nel fatto che, trovandosi l'oggetto all'infinito, il piano focale è a distanza ***F*** dal centro ottico dell'obiettivo, e questo per definizione della lunghezza focale delle lenti (o obiettivi).

Nel sistema del fuoco diretto ciò che abbiamo appena descritto si sfrutta, appunto, direttamente. Ora invece andiamo oltre: l'immagine primaria la lasciamo (per così dire) galleggiare in aria per cui resta invisibile ai nostri occhi. Però essa esiste, non solo, ma può addirittura essere raccolta da un secondo obiettivo che consentirà di tradurla in una nuova immagine reale, che chiameremo secondaria. Se questo secondo obiettivo ha una focale relativamente corta e con opportuni suoi spostamenti sull'asse ottico facciamo cadere il suo piano focale ad una certa distanza (tiraggio), riusciamo a fare una macrofotografia dell'immagine primaria. Come secondo obiettivo si presta egregiamente un oculare, e l'oggetto risulterà fortemente ingrandito.

Per calcolare l'effetto di ingrandimento non si può ricorrere alla formula (1), vista la modesta distanza oggetto-obiettivo (in questo caso oggetto è l'immagine primaria e obiettivo è l'oculare). Necessita usare le formule che seguono, prese a prestito dalla tecnica fotografica:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \qquad (2) \qquad \text{ma anche} \qquad h_i : h_0 = v : u \qquad (3)$$

dove (vedasi figura):

f = lunghezza focale

h_0 = grandezza dell'oggetto

h_i = grandezza dell'immagine

u = distanza oggetto-obiettivo

v = distanza obiettivo-immagine

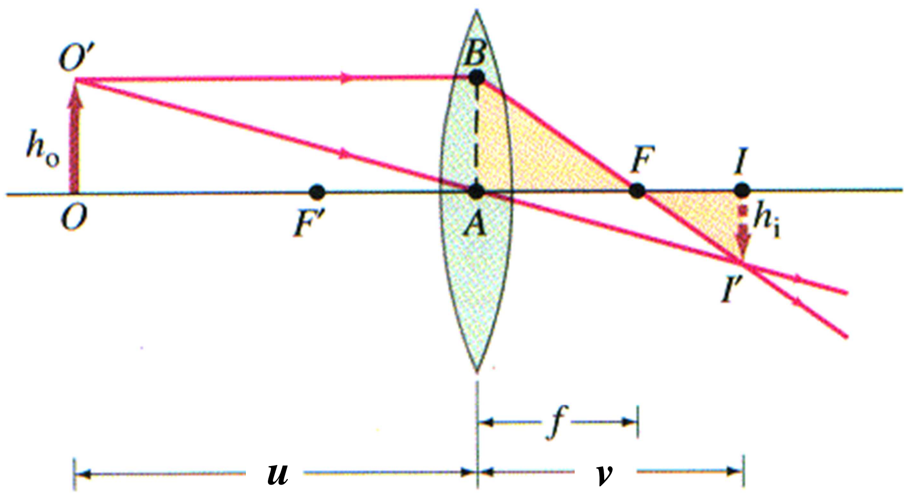

Figura 1 - Schema di un oggetto e della sua immagine reale creata con un obiettivo

Le formule (2) e (3) sono universalmente valide, tanto che si possono usare nell'ambito della fotografia 'normale' e della macrofotografia ove $v > u$ cioè l'obiettivo è più vicino all'oggetto che non al piano focale, e questo è proprio il nostro caso.

Facciamo ora qualche calcolo.

1° passo
Abbiamo un telescopio con focale (F) = 1000 e fotografiamo una zona della Luna pari a ¼ del suo diametro. Consideriamo la sua dimensione angolare 30'/4 = 7.5' = 450".
L'immagine reale primaria è, secondo la formula (1):
450 x 1000 / 206.265 = mm. 2.181659.

2° passo
Usiamo un oculare con focale (foc) = 10 mm. collocato ad un tiraggio (T) di 80 mm.
La distanza tra oculare (è da intendersi centro ottico dell'oculare) e immagine primaria (u), nella pratica si trova per tentativi focheggiando. In teoria la dobbiamo ricavare con la (2), pertanto possiamo scrivere $\frac{1}{u} = \frac{1}{foc} - \frac{1}{v}$, poi $\frac{1}{u} = \frac{1}{10} - \frac{1}{80}$ e poi ancora $\frac{1}{u} = 0.0875$ e quindi $u = 11.42857$

Ora possiamo impostare la (3) secondo la quale $h_i = h_0 \times \frac{v}{u}$

I valori numerici sono: h_i = 2.181659 x 80 / 11.42857 = 15.27

Conclusione: un oggetto grande ¼ del diametro lunare, fotografato con telescopio di 1000 mm., proiezione oculare 10 mm. tiraggio 80 mm., è riprodotto sulla pellicola con immagine di mm. 15.27

* * *

L'autorevole libro di Walter Ferreri "Fotografia Astronomica" ci aiuta a verificare la correttezza del calcolo. Nel libro non troviamo la formula per ricavare direttamente le dimensioni dell'immagine ottenuta, ma quella per ottenere la focale equivalente (Feq):

$$Feq = F\left(\left(\frac{T}{Foc}\right) - 1\right)$$

Non ci sembra il caso di indagare come nasce la formula, ma utilizziamola. Nel nostro caso avremo:

Focale equivalente = $1000 \times \left(\left(\frac{80}{10}\right) - 1\right)$ = 1000 x 7 = 7000

Applicando la (1): $I = \frac{450 \times 7.000}{206.265}$ = 15.27

Come volevasi dimostrare.