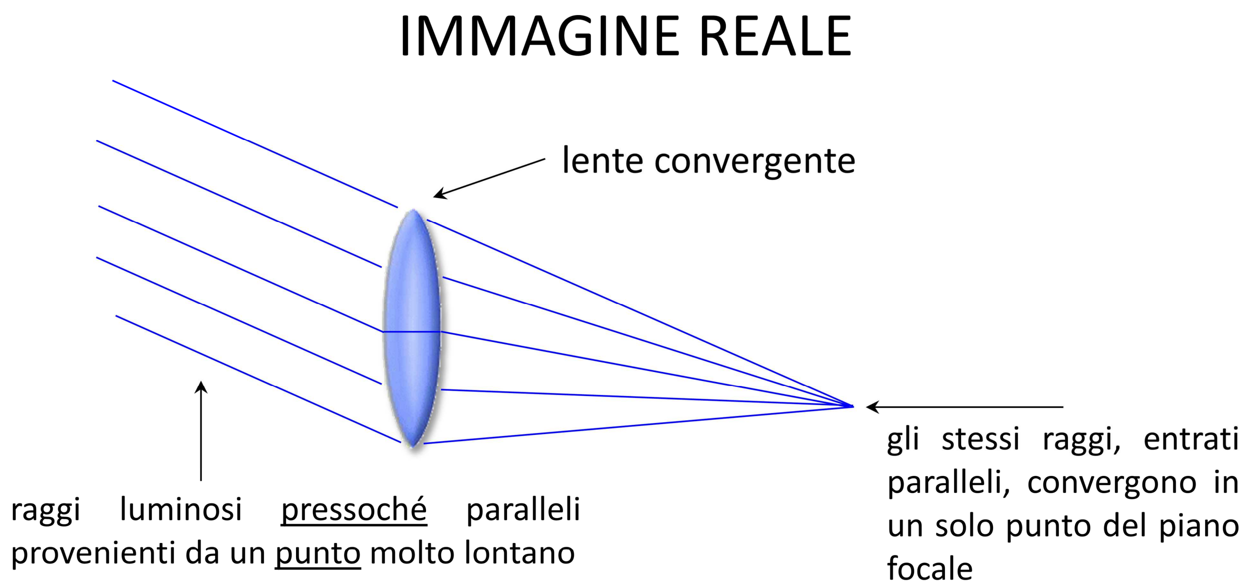
Dispensa n. 14

OTTICA - IMMAGINI REALI

(a cura di Dino Orsucci)

[Disp. 8] Immaginiamo di avere due lampade vicine, una rossa ed una blu, e ad una certa distanza uno schermo bianco. Se ci troviamo in un locale senza altra illuminazione, possiamo verificare che lo schermo è uniformemente illuminato dalle due lampade colorate, ma su di esso non c'è alcuna immagine. Il risultato dell'esperimento è intuitivo, ma si spiega considerando che su **ogni punto** dello schermo arrivano due raggi, uno blu ed uno rosso, che le due luci emettono in ogni direzione dello spazio. Se invece riuscissimo a far arrivare tutti i raggi rossi in un solo punto e quelli blu in un altro punto vicino, saremmo riusciti a formare un'immagine reale delle due luci, molto luminosa perché composta da numerosi raggi convergenti.



Solo il raggio passante per il centro della lente non è deviato.
Quando l'oggetto non è puntiforme, ma ha una sua superficie, ogni suo punto fa pervenire alla lente fasci di raggi che la colpiscono con angoli incidenti leggermente diversi e pertanto ogni fascio va a concentrarsi in punti diversi dal piano focale. Ogni punto del piano focale sede di convergenza, assumerà una luminosità sufficiente a formare, nell'insieme, un'immagine dell'oggetto osservato.

Figura 1

Una normale lente d'ingrandimento è costruita più spessa al centro che ai bordi: in generale una o ambedue le facce hanno curvatura sferica (figura 1). In tal modo i raggi che provengono da un punto luminoso andranno a colpire la lente con angoli diversi, che sono chiamati angoli d'incidenza. Ogni raggio che penetra nella lente e poi esce dall'altra faccia è deviato (rispetto alla direzione di provenienza) in misura proporzionale all'angolo d'incidenza ed alla curvatura della lente. Solo il raggio che colpisce la lente nel suo centro non viene deviato perché entra ed esce dal vetro con due angoli uguali.

La proprietà della lente appena descritta fa sì che **tutti i raggi provenienti dallo stesso punto luminoso** convergano, dopo averla attraversata, in uno stesso punto. E questo accade per ogni punto luminoso che compone l'immagine di un oggetto reale posto davanti alla lente stessa. Il piano determinato da tutti i punti di convergenza viene chiamato **piano focale**, il suo punto centrale **fuoco**, e (se l'oggetto è posto a distanza pressoché infinita) la distanza lente-fuoco **lunghezza focale della lente**.

Detto questo, proseguendo l'esperimento prima iniziato, se la nostra lente viene posta tra le lampade e lo schermo, portandola lentamente avanti e indietro si finirà per trovare una sua certa posizione che "metterà a fuoco" l'immagine reale delle due lampade. Succede infatti che i due oggetti emettono in parte luce incidente (i filamenti delle lampade) ed in parte luce riflessa (le altre parti o le cose circostanti): in ogni modo la luce che parte da ogni punto si spande nello spazio come un cono di raggi che va a colpire la lente, l'attraversa e si concentra nello stesso punto sul piano focale. L'insieme dei punti di convergenza forma un'immagine reale. Questa spiegazione, fatta in modo semplice tanto per rendere un'idea, non tiene conto della natura ondulatoria della luce, ma si rifà alla cosiddetta 'ottica geometrica' che considera appunto la luce come raggi che si propagano rettilinei nello spazio.

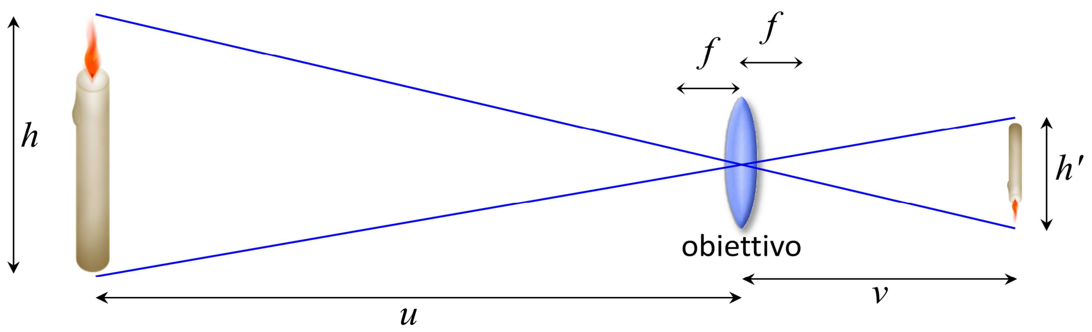
Capito ora come si forma l'**immagine reale**, parliamo brevemente delle relazioni matematiche che legano distanze e dimensioni fra oggetto/lente/immagine. Dato che la fotografia si fonda sulla registrazione su pellicola d'immagini reali formate da obiettivi, potremo prendere a prestito da lei le seguenti formule, senza preoccuparci di dimostrarle:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \qquad (1)$$

$$h' : h = v : u \qquad (2)$$

dove (vedasi figura 2):

Schema di un oggetto e della sua immagine reale creata con un obiettivo



N.B.: un'immagine reale è sempre capovolta rispetto all'oggetto.

Figura 2

$\boldsymbol{f}$ = lunghezza focale dell'obiettivo

$\boldsymbol{h}$ = grandezza dell'oggetto

$\boldsymbol{u}$ = distanza oggetto-obiettivo

$\boldsymbol{v}$ = distanza obiettivo-immagine

$\boldsymbol{h'}$ = grandezza dell'immagine

Le formule (1) e (2) sono universalmente valide, tanto che si possono usare nell'ambito della fotografia 'normale', della macrofotografia ove $v > u$ cioè l'obiettivo è più vicino all'oggetto che non al piano focale, ed anche della fotografia astronomica quando si usano focali molto lunghe per fotografare soggetti lontanissimi. A noi però non conviene usarle a causa dell'enorme lunghezza delle cifre e dei relativi decimali dovendo manipolare contemporaneamente migliaia di chilometri e anche millimetri. Ci basta notare che la grandezza dell'immagine è direttamente proporzionale alla grandezza dell'oggetto ed anche alla focale dell'obiettivo.

Nella tecnica dell'astro-fotografia per conoscere la misura di un oggetto sul negativo è molto più comodo ricorrere al metodo spiegato con la figura 3, ove l'ampiezza degli angoli è stata maggiorata per chiarezza. Il metodo, con qualche variante, è molto usato per risolvere diversi problemi di calcolo astronomico.

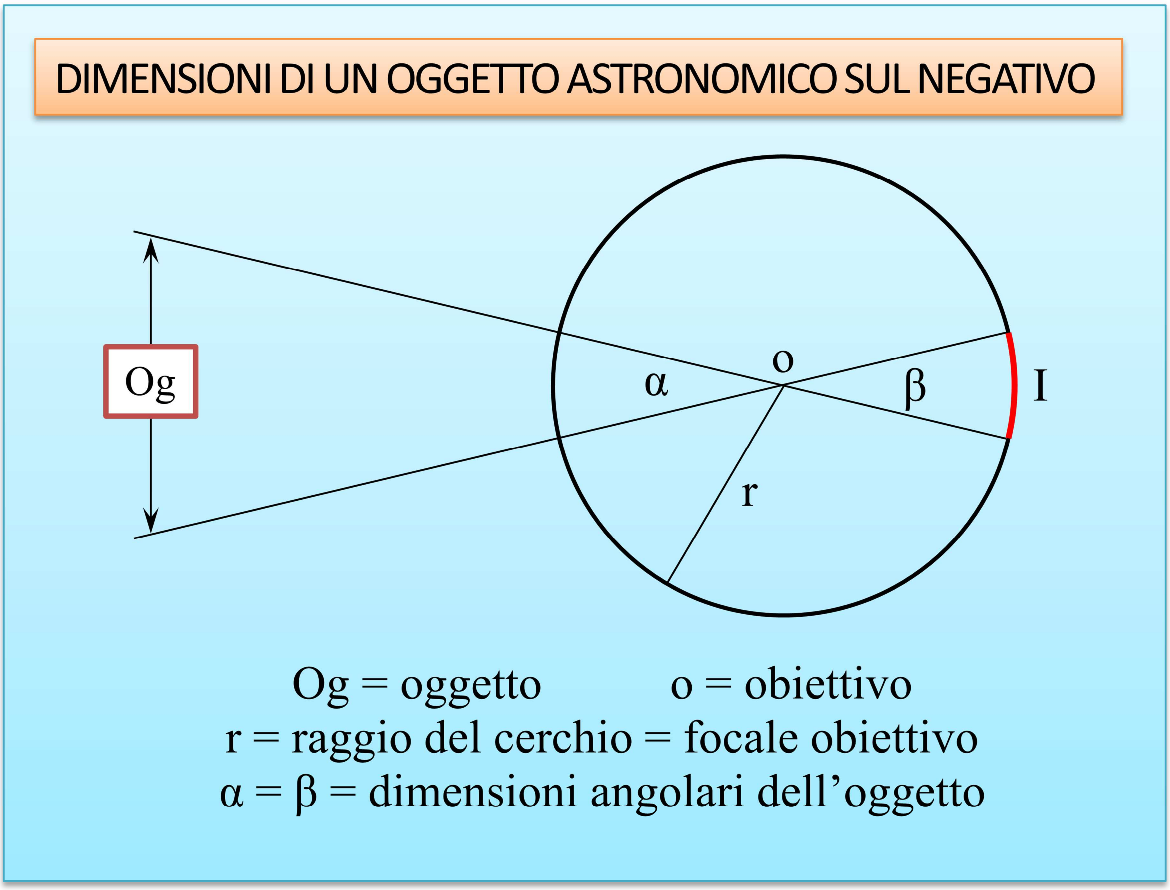


Figura 3

Si abbia una lente, ma in questo caso si tratta di un obiettivo fotografico o telescopico, con focale F e tracciamo un cerchio con raggio = F. Immaginiamo l'obiettivo collocato al centro del cerchio: l'immagine reale dell'oggetto, che è considerato infinitamente lontano, si forma a distanza F dall'obiettivo e quindi su un arco della circonferenza. L'oggetto stesso ha una grandezza reale pari alla distanza effettiva di due suoi punti estremi. I due raggi luminosi che partono da questi due punti e che passano dal centro della lente non vengono deviati. In considerazione di ciò è evidente che i due angoli α e β sono uguali, e l'immagine reale I dell'intero oggetto sarà delimitata dai due raggi.

A questo punto, se si conosce la **dimensione angolare** dell'oggetto che corrisponde ad α e β, e considerando la circonferenza del cerchio disegnato di raggio F. si può impostare la seguente proporzione:

$$360° : \alpha = (F \times 2 \times \pi) : I$$

Per fare un esempio, ricaviamo le dimensioni della Luna piena sul negativo fotografata con una focale di 1000 mm.:

Dimensioni angolari oggetto = α = 31' 8" = 1868" [(1)]

Circonferenza = ***F*** x 2 x π = 1000 x 2 x 3,1415926…

360° = secondi (360 x 60 x 60) = 1.296.000"

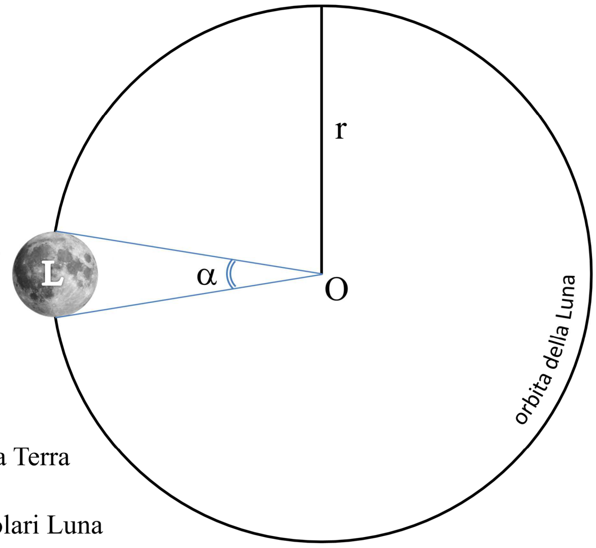
quindi ***I*** = (1000 x 2 x 3,1415926 x 1868 **/** 1.296.000) = mm. 9,056

Nell'espressione le cifre che cambiano a seconda dei casi sono ***F*** e α, mentre 360° e π restano immutati: si può pertanto ricavare una formula semplificata valida universalmente:

I = (***F*** x 2 x π x α /1.296.000) = (***F*** x α x 2 x 3,1415926 **/** 1.296.000) =

[1] Nota - Questo dato si può ottenere partendo dal diametro lunare di 3.476 Km, e dalla distanza media Terra-Luna di 384.000 Km. Si può ricavare con la trigonometria, ma senza voler rendere le cose troppo difficili, seguiamo una strada (figura 4) che ha molte analogie con quanto illustrato nella figura 3. Si traccia un cerchio di raggio 384.000 e sulla circonferenza collochiamo la Luna che con le sue dimensioni occupa un arco di 3.476, cui sottende al centro l'angolo α.

Figura 4



L = Luna
O = osservatore sulla Terra
r = 384.000 Km
α = dimensioni angolari Luna

La proporzione da impostare è :

Circonferenza : 360° = 3.476 : α

La circonferenza è = 384.000 x 2 x π = 2.412.743
360° corrispondono a secondi (360x60x60) = 1.296.000"
2.412.743 : 1.296.000 = 3.476 : α
α, cioè dimensioni angolari della Luna = 1.296.000 x 3.476 / 2.412.743 = 1868", che tradotto in gradi primi e secondi vale 0° 31' 08"

$$F \times \ \alpha \div \frac{1.296.000}{2 \times 3,1415926}$$

e pertanto, come formula generica con valori arrotondati:

$$I = \frac{F \times \alpha}{206.265}$$